

OPTIMALISASI PERENCANAAN PRODUKSI DENGAN *PREEMPTIVE GOAL PROGRAMMING* (STUDI KASUS: UD. DODOL MADE MERTA TEJAKULA, SINGARAJA)

Ni Putu Deviyanti^{§1}, Ni Ketut Tari Tastrawati², I Wayan Sumarjaya³

¹Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: deviyantiniputu@gmail.com]

²Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: taritastrawati@yahoo.com]

³Jurusan Matematika, Fakultas MIPA – Universitas Udayana [Email: sumarjaya@unud.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

One of the companies in production and marketing of dodol in Singaraja area is UD. Dodol Made Merta. This company produces four variants of dodol namely dodol merah, dodol kayu sugih, dodol ketan hitam, and dodol kacang. All the four dodol variants have a different demand levels. This aim of this research is to determine the optimal prediction of the amount of production that must be produced every month so that profit can be maximized by minimizing the cost of production. This research was done using two methods ARIMA. The best model for dodol merah is ARIMA (1,0,1), dodol kayu sugihis ARIMA(1,0,0), dodol ketan hitam is ARIMA (1,0,0) and dodol kacang is ARIMA(0,0,1).

Keywords: Time Series Stationer Model (AR, MA, ARMA), Time Series Non-Stationer Model (ARIMA)

1. PENDAHULUAN

Perencanaan dalam sebuah produksi merupakan salah satu hal yang harus diperhatikan dalam dunia usaha. Dalam dunia usaha, persaingan akan selalu dihadapi oleh pengusaha satu dengan pengusaha lainnya. Untuk dapat bertahan di tengah persaingan maka pengusaha perlu merancang dan membuat perencanaan yang matang dalam proses produksi maupun dalam proses pemasaran produk. Salah satu contoh kasus usaha yang belum merencanakan produksinya adalah usaha dagang yang bergerak dalam bidang produksi dodol di daerah Tejakula, Singaraja. Usaha ini memproduksi empat jenis varian dodol. Keempat jenis varian dodol tersebut adalah dodol merah, dodol kayu sugih, dodol ketan hitam, dan dodol kacang. Keempat varian dodol tersebut mempunyai tingkat permintaan yang berbeda-beda, dengan adanya tingkat permintaan

yang berbeda-beda ditambah dengan meningkatnya jumlah permintaan pada hari-hari tertentu maka perlu dilakukan suatu penelitian untuk memprediksi besar kecilnya jumlah produk yang harus diproduksi dalam setiap bulannya.

Penelitian ini menggunakan metode peramalan ARIMA. Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimanakah model dan hasil prediksi jumlah permintaan keempat varian dodol yang harus diproduksi dalam bulan April dan Mei 2014 menggunakan metode ARIMA. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model dan hasil prediksi jumlah permintaan keempat varian dodol yang harus diproduksi dalam bulan April dan Mei 2014 menggunakan metode ARIMA.

2. KAJIAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Peramalan

Peramalan (*forecasting*) adalah suatu seni dan ilmu untuk memperkirakan kejadian pada masa depan. Peramalan dilakukan dengan melibatkan pengambilan data masa lalu dan merubahnya ke masa yang akan datang dengan suatu bentuk model matematis (Heizer dan Render [1]). Pada dasarnya terdapat dua metode peramalan (Hakim [2]) yaitu:

1. Metode Peramalan Kualitatif

Metode peramalan kualitatif digunakan ketika data historis tidak tersedia, dengan kata lain peramalan kualitatif merupakan peramalan yang tidak berbentuk angka. Metode peramalan kualitatif disebut juga metode subjektif.

2. Metode Peramalan Kuantitatif

Metode peramalan kuantitatif menggunakan data historis atau data masa lampau. Metode peramalan kuantitatif dapat dibagi menjadi dua tipe yaitu (Hakim [2]):

- a. Metode peramalan kausal meliputi penentuan faktor-faktor yang berhubungan dengan variabel yang diprediksi.
- b. Metode peramalan deret waktu meliputi proyeksi dari nilai-nilai yang akan datang dari variabel yang sepenuhnya didasarkan pada observasi masa lalu dan masa kini variabel tersebut.

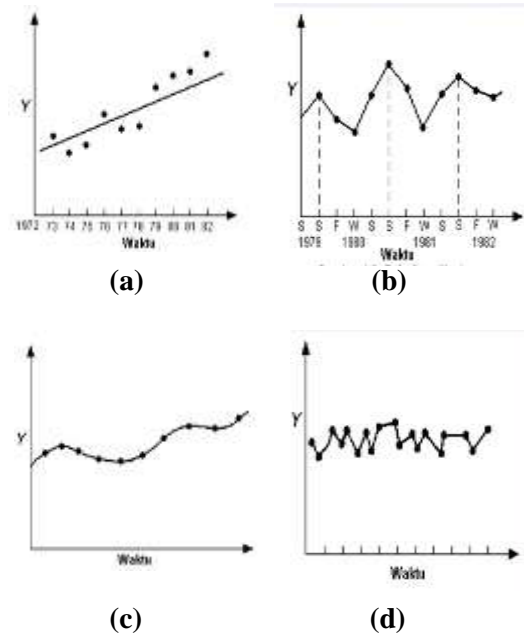
2.2 Konsep Deret Waktu

Data deret waktu adalah data yang disusun berdasarkan urutan terjadinya waktu. Data tersebut menggambarkan perkembangan suatu kejadian atau suatu kegiatan. Analisis deret waktu merupakan suatu metode kuantitatif yang mempelajari pola gerakan data masa lampau yang teratur (Wirawan [3]).

Deret waktu mempunyai empat komponen yaitu (Heizer dan Render [1]):

- a. Komponen Tren adalah pergerakan data sedikit demi sedikit meningkat atau menurun, seperti perubahan pendapatan dan penyebaran umur.
- b. Komponen Musiman adalah pola data yang berulang pada kurun waktu tertentu, seperti harian, mingguan, bulanan, atau kuartalan.

- c. Komponen Siklis adalah pola dalam data yang terjadi setiap beberapa tahun.
- d. Komponen Variasi Acak adalah satu titik khusus dalam data yang disebabkan oleh peluang dan situasi yang tidak biasa. Variasi acak tidak mempunyai pola khusus, jadi tidak dapat diprediksi.



Gambar 1. Grafik Keempat Komponen, (a) Tren, (b) Musiman, (c) Siklis, (d) Variasi Acak

2.3 Model Deret Waktu

Model deret waktu dapat dibedakan menjadi dua yaitu model deret waktu stasioner dan model deret waktu non-stasioner.

Salah satu kelas proses stasioner deret waktu adalah proses ARMA (*Autoregressive Moving Average*). Proses ARMA ini meliputi proses AR (*Autoregressive*) dan proses MA (*Moving Average*) sebagai berikut:

1. Proses AR (*Autoregressive*)

Proses autoregresif dengan tingkat p dinotasikan $AR(p)$, memenuhi persamaan (Wei [4]):

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \quad (1)$$

dengan ϕ_i adalah koefisien autoregresif untuk $i = 1, 2, 3, \dots, p$, dan p adalah tingkat AR. Persamaan (1) dapat ditulis menggunakan operator *backshift* (B):

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} = a_t$$

$$X_t - \phi_1 B X_t - \phi_2 B^2 X_{t-1} - \dots - \phi_p B^p X_{t-p} = a_t$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t = a_t$$

a_t dapat dinyatakan dalam operator *backshift* (B) sebagai:

$$\phi_p(B) X_t = a_t$$

dengan

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p.$$

2. Proses MA (*Moving Average*)

Model *moving average* dengan tingkat q dinotasikan $MA(q)$, adalah (Wei [4]):

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2)$$

dengan θ_i adalah parameter model MA untuk $i = 1, 2, 3, \dots, q$, q adalah tingkat MA. Persamaan (2) dapat ditulis menggunakan operator *backshift* B :

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$X_t = a_t - \theta_1 B a_t - \theta_2 B^2 a_{t-1} - \dots - \theta_q B^q a_{t-q}$$

$$X_t = a_t (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (3)$$

a_t dapat dinyatakan dalam operator *backshift* (B) sebagai:

$$X_t = \theta_q(B) a_t$$

dengan

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

3. Proses ARMA

Model *autoregressive moving average* dengan tingkat p dan q dinotasikan $ARMA(p, q)$, adalah (Wei [4]):

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (4)$$

dengan ϕ_i adalah koefisien autoregresif untuk $i = 1, 2, 3, \dots, p$, p adalah tingkat AR, θ_i adalah parameter MA ke- i untuk $i = 1, 2, 3, \dots, q$, dan q adalah tingkat MA.

Menurut Wei [4], model rerata bergerak terintergrasi autoregresif dengan tingkat p, d , dan q dinotasikan $ARIMA(p, d, q)$, memenuhi persamaan:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \theta_0 + \theta_q(B) a_t \quad (5)$$

dengan

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

adalah koefisien AR (*Autoregressive*) dengan tingkat p ,

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

adalah koefisien MA (*Moving Average*) dengan tingkat q ,

$$(1 - B)^d X_t$$

menyatakan proses *differencing* dengan tingkat d , ϕ_p adalah koefisien AR (*Autoregressive*) dengan tingkat p , dan θ_q adalah koefisien MA (*Moving Average*) dengan tingkat q , dan θ_0 menyatakan rata-rata (*mean*) pada proses ARIMA

$$\theta_0 = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p).$$

Langkah-langkah yang dilakukan dalam analisis deret waktu adalah sebagai berikut (Rosadi [5]): Langkah pertama adalah identifikasi model. Identifikasi secara sederhana dilakukan dengan cara melihat plot dari data dengan tujuan untuk mengetahui apakah data sudah stasioner atau belum. Kestasioneran data dapat dilihat dari bentuk fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial. Apabila data belum stasioner dalam varians maka dilakukan transformasi Box-Cox dan apabila data deret waktu belum stasioner dalam rata-rata (*mean*) maka dilakukan proses *differencing*. Jika data sudah stasioner maka langkah selanjutnya adalah menduga dan menentukan bentuk model ARMA sesuai dengan proses *differencing* sehingga bentuk model ARMA yang diduga tersebut dapat menggambarkan sifat-sifat data dengan membandingkan plot ACF atau PACF dengan sifat-sifat fungsi ACF atau PACF dari model ARMA.

Setelah menduga dan menentukan bentuk model ARIMA maka, langkah selanjutnya adalah mengestimasi parameter dalam model. Untuk mengetahui apakah koefisien hasil estimasi signifikan atau tidak dapat digunakan pengujian statistik uji- t .

Langkah selanjutnya adalah melakukan pemeriksaan diagnostik dari model yang telah diestimasi. Untuk mengetahui apakah residual yang dihitung berdasarkan model yang telah diestimasi mengikuti galat dari model sifat *white noise* atau tidak, maka dilakukan pengujian sisaan *white noise* melalui nilai autokorelasinya.

Selanjutnya adalah pemilihan model terbaik. Parameter yang dipergunakan dalam peramalan

haruslah optimal untuk mendapatkan suatu model terbaik. Metode yang digunakan untuk mengetahui kualitas dari model adalah *Akaike's Information Criterion* (AIC). Nilai AIC terkecil dapat mewakili model tersebut merupakan model terbaik. Persamaan untuk menghitung nilai AIC adalah sebagai berikut (Wei [4]):

$$\ln AIC = \frac{2k}{n} + \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) \quad (6)$$

dengan k adalah banyaknya parameter dalam model, RSS adalah jumlah kuadrat residual dan n adalah banyaknya data residual.

Setelah mendapatkan model terbaik dari kandidat model yang diduga maka langkah selanjutnya adalah membuat model peramalan berdasarkan model ARIMA yang terpilih.

Langkah selanjutnya adalah menentukan peramalan. Setelah model peramalan ditentukan sesuai dengan model ARIMA yang terpilih, selanjutnya adalah melakukan peramalan dengan menggunakan bantuan program R.

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data sekunder diperoleh dari penjualan bulanan produksi dodol (kilogram) dari bulan Januari 2009 sampai Maret 2014.

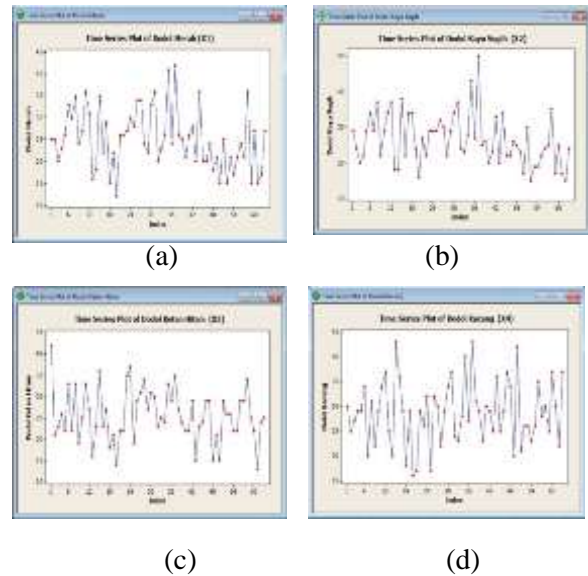
Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data bulanan jumlah permintaan dari keempat varian dodol, besarnya keuntungan masing-masing dari keempat varian dodol, besarnya pemakaian dan kapasitas bahan baku, besarnya upah tenaga kerja, hasil peramalan jumlah permintaan keempat varian dodol, dan tujuan-tujuan yang ingin dicapai oleh usaha dagang menjadi urutan kepentingan prioritas.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mengetahui model dan hasil prediksi pada keempat varian dodol tersebut maka dilakukan langkah-langkah berikut:

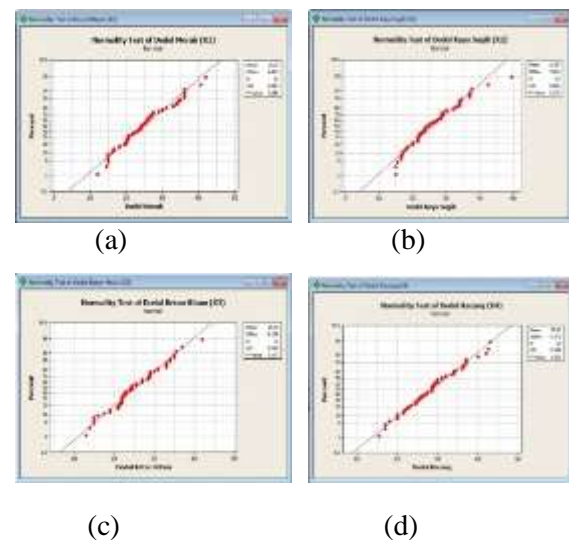
i. Identifikasi Model

Langkah pertama yaitu membuat plot deret waktu:



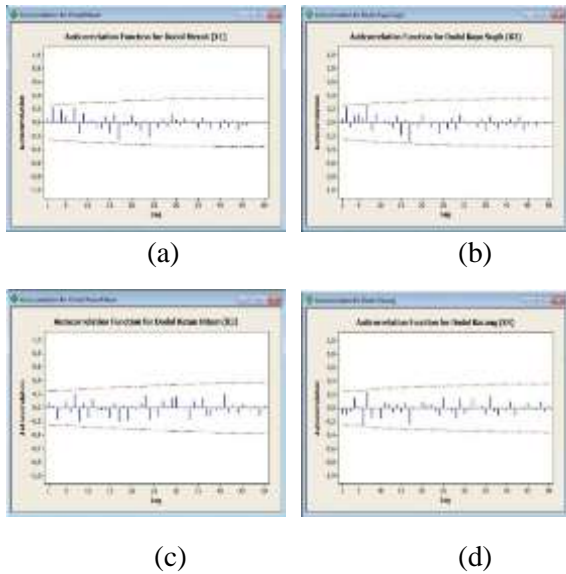
Gambar 2. Plot Deret Waktu (a) Varian Dodol Merah, (b) Varian Dodol Kayu Sutih, (c) Varian Dodol Ketan Hitam, (d) Varian Dodol Kacang

Langkah kedua yaitu membuat plot uji kenormalan:



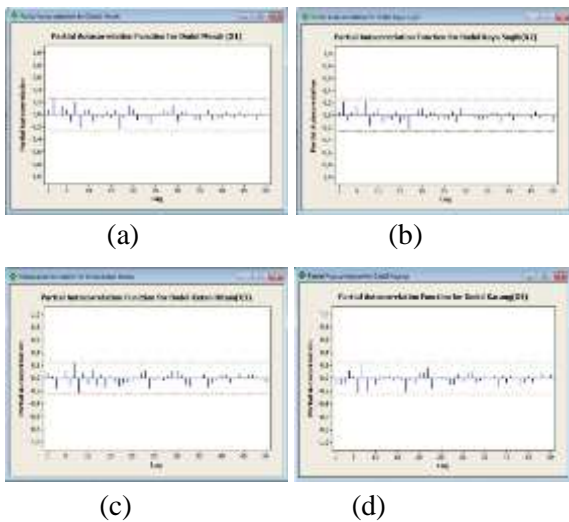
Gambar 3. Plot Uji Kenormalan (a) Varian Dodol Merah, (b) Varian Dodol Kayu Sutih, (c) Varian Dodol Ketan Hitam, (d) Varian Dodol Kacang

Langkah ketiga adalah membuat plot fungsi autokorelasi (ACF):



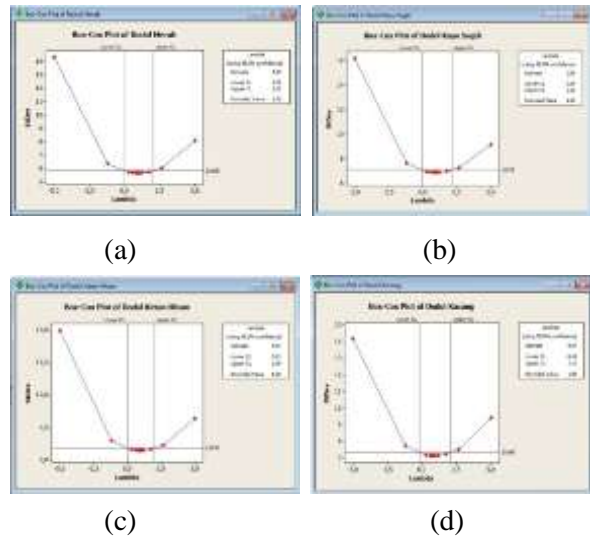
Gambar 4. Plot ACF (a) Varian Dodol Merah, (b) Varian Dodol Kayu Sugih, (c) Varian Dodol Ketan Hitam, (d) Varian Dodol Kacang

Langkah keempat adalah membuat plot fungsi autokorelasi parsial (PACF):



Gambar 5. Plot PACF (a) Varian Dodol Merah, (b) Varian Dodol Kayu Sugih, (c) Varian Dodol Ketan Hitam, (d) Varian Dodol Kacang

Langkah kelima adalah membuat plot transformasi Box-Cox:



Gambar 6. Plot Transformasi Box-Cox (a) Varian Dodol Merah, (b) Varian Dodol Kayu Sugih, (c) Varian Dodol Ketan Hitam, (d) Varian Dodol Kacang

Langkah keenam adalah menduga bentuk model ARMA yang sesuai untuk data aktual sehingga diperoleh kandidat model ARIMA (1,0,1), ARIMA (0,0,1), dan ARIMA (1,0,1).

ii. Mengestimasi Parameter

Mengestimasi parameter dalam model dilakukan dengan bantuan program R sebagai berikut:

Tabel 1. Estimasi ARIMA untuk Permintaan Dodol Merah

Estimasi Parameter dalam Model	ϕ	θ	AIC
ARIMA(0,0,1)		0,0486	425,88
ARIMA(1,0,0)	0,0705		425,78
ARIMA (1,0,1)	0,8423	-0,7314	425,45

Tabel 2. Estimasi ARIMA untuk Permintaan Dodol Kayu Sugih

Estimasi Parameter dalam Model	ϕ	θ	AIC
ARIMA(0,0,1)		0,0321	431,09
ARIMA(1,0,0)	0,0464		431,04
ARIMA (1,0,1)	0,8750	-0,7869	431,28

Tabel 3. Estimasi ARIMA untuk Permintaan Dodol Ketan Hitam

Estimasi Parameter dalam Model	ϕ	θ	AIC
ARIMA(0,0,1)		0,0774	411,82
ARIMA(1,0,0)	0,0857		411,79
ARIMA (1,0,1)	0,15232	-0,0673	413,78

Tabel 4. Estimasi ARIMA untuk Permintaan Dodol Kacang

Estimasi Parameter dalam Model	ϕ	θ	AIC
ARIMA(0,0,1)		-0,1099	416,53
ARIMA(1,0,0)	-0,0856		416,66
ARIMA (1,0,1)	0,8927	-1,000	416,99

iii. Pemeriksaan Diagnostik dan Pemilihan Model Terbaik

Berdasarkan pada tabel estimasi parameter dalam model, maka diperoleh model terbaik untuk keempat varian dodol sebagai berikut:

- a. Model ARIMA (1,0,1) model terbaik untuk dodol merah, secara matematis dapat ditulis:

$$\widehat{X}_t = \phi X_{t-1} + \theta a_{t-1} + a_t$$

$$\widehat{X}_t = 0,0982 X_{t-1} - 0,7314 a_{t-1} + a_t$$

- b. Model ARIMA (1,0,0) model terbaik untuk dodol kayu sugih, secara matematis dapat ditulis:

$$\widehat{X}_t = \phi X_{t-1} + a_t$$

$$\widehat{X}_t = 0,0464 X_{t-1} + a_t$$

- c. Model ARIMA (1,0,0) model terbaik untuk dodol ketan hitam, secara matematis dapat ditulis:

$$\widehat{X}_t = \phi X_{t-1} + a_t$$

$$\widehat{X}_t = 0,0857 X_{t-1} + a_t$$

- d. Model ARIMA (0,0,1) model terbaik untuk dodol kacang, secara matematis dapat ditulis:

$$\widehat{X}_t = \theta a_{t-1} + a_t$$

$$\widehat{X}_t = -0,1099 a_{t-1} + a_t$$

iv. Peramalan

Langkah selanjutnya adalah peramalan dari model ARIMA terbaik. Model ARIMA terbaik untuk peramalan enam bulan kedepan yaitu dari periode April sampai dengan September 2014 dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 5. Hasil Peramalan Model ARIMA Periode April-September 2014 untuk Dodol Merah

Nilai Peramalan	Bulan					
	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September
	23,5	23,7	23,8	24	24,1	24,3

Tabel 6. Hasil Peramalan Model ARIMA Periode April-September 2014 untuk Dodol Kayu Sugih

Nilai Peramalan	Bulan					
	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September
	25,8	25,9	25,9	25,9	25,9	25,9

Tabel 7. Hasil Peramalan Model ARIMA Periode April-September 2014 untuk Dodol Ketan Hitam

Nilai Peramalan	Bulan					
	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September
	27,8	28,6	28,6	28,6	28,6	28,6

Tabel 8. Hasil Peramalan Model ARIMA Periode April-September 2014 untuk Dodol Kacang

Nilai Peramalan	Bulan					
	April	Mei	Juni	Juli	Agustus	September
	25,3	25,4	25,5	25,5	25,5	25,5

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model terbaik untuk keempat varian dodol adalah sebagai berikut untuk varian dodol merah diperoleh ARIMA (1,0,1), varian dodol kayu sugih adalah ARIMA (1,0,0) varian dodol ketan hitam diperoleh ARIMA (1,0,0), dan untuk varian dodol kacang diperoleh model terbaik adalah ARIMA (0,0,1).
2. Selanjutnya, untuk hasil prediksi jumlah permintaan keempat varian dodol yang harus diproduksi dalam bulan April dan Mei 2014 adalah dodol merah sebesar 23,5 dan 23,7 kg, dodol kayu sugih adalah sebesar 25,8 dan 25,9kg, dodol ketan hitam diperoleh hasil sebesar 27,8 dan 28,6kg, dan dodol kacang sebesar 25,3 dan 25,4kg.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Heizer, Jay dan Render, Barry. 2006. *Operations Management*. Edisi Ketujuh. Terjemahan: Dwianoegrahwati Setyoningsih dan Indra Almahdy. Jakarta: Selemba Empat
- [2] Hakim, Abdul. 2004. *Statistika Deskriptif untuk Ekonomi dan Bisnis*. Yogyakarta: Ekonisia.
- [3] Wirawan, Nata. 2001. *Statistik 1 (Statistik Deskriptif)*. Denpasar: Keraras emas.
- [4] Wei, William W. S. 1990. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Canada.
- [5] Rosadi, Dedi. 2012. *Ekonomitrika dan Analisis Runtun Waktu Terapan dengan Eviews*. Yogyakarta: Andi.